



Автономная некоммерческая профессиональная образовательная организация
«МЕЖДУНАРОДНЫЙ ВОСТОЧНО-ЕВРОПЕЙСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
Пушкинская ул., д. 268, 426008, г. Ижевск. Тел.: (3412) 77-68-24. E-mail: mveu@mveu.ru, www.mveu.ru
ИНН 1831200089. ОГРН 1201800020641

20.02.2026 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по выполнению практических работ

при изучении учебной дисциплины

ОП.03 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

по специальности

**09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного
интеллекта**

Практическая работа – небольшой научный отчет, обобщающий проведенную учащимся работу, которую представляют для защиты преподавателю.

В процессе практического занятия учащиеся выполняют одну или несколько практических работ (заданий) под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию Государственных требований.

Наряду с формированием умений и навыков в процессе практических занятий обобщаются, систематизируются, углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается способность и готовность использовать теоретические знания на практике, развиваются интеллектуальные умения.

Практические занятия проводятся в форме практической подготовки в виде работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

К практическим работам предъявляется ряд требований, основным из которых является полное, исчерпывающее описание всей проделанной работы, позволяющее судить о полученных результатах, степени выполнения заданий и профессиональной подготовке учащихся.

I. Практические работы:

Тема практической работы № 1. Построение пространства элементарных исходов для заданных экспериментов, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование умения строить пространство элементарных исходов и анализировать возможные события для заданных случайных экспериментов.

Задания:

Работа в подгруппах.

Задание 1. Эксперимент: подбрасывается монета дважды. Постройте пространство элементарных исходов. Найдите вероятность выпадения хотя бы одной решетки.

Задание 2. Эксперимент: бросаются две игральные кости одновременно. Определите пространство элементарных исходов. Вычислите вероятность того, что сумма очков равна 8.

Задание 3. Эксперимент: из урны, содержащей три белых и два черных шара, извлекают один шар. Затем второй шар возвращается обратно. Опишите пространство элементарных исходов. Рассчитайте вероятность извлечения белого шара оба раза.

Задание 4. Эксперимент: студент выбирает билет из пяти билетов, каждый из которых имеет номер от 1 до 5. Записать пространство элементарных исходов. Посчитать вероятность выбора билета с четным номером.

Задание 5. Эксперимент: бросаются три монеты одновременно. Составьте пространство элементарных исходов. Сколько всего элементарных исходов получится? Укажите вероятность появления ровно двух гербов.

Задание 6. Эксперимент: игральная кость брошена дважды подряд. Составьте пространство элементарных исходов. Какова вероятность того, что выпавшие числа будут одинаковыми?

Задание 7. Эксперимент: из коробки, содержащей 5 красных карандашей и 3 синих, последовательно извлекаются два карандаша без возвращения первого извлечённого. Составьте пространство элементарных исходов. Найдите вероятность того, что первый карандаш окажется красным, а второй — синим.

Задание 8. Эксперимент: двое участников выбирают случайно по одному числу из множества $\{1,2,3\}$ независимо друг от друга. Описать пространство элементарных исходов и определить вероятность того, что выбранные числа совпадают.

Обобщение изученного материала

Обсудив решения задач, преподаватель подводит итоги занятия, выделяя ключевые моменты и задавая дополнительные вопросы для закрепления материала.

Критерии оценки:

Баллы	Уровень освоения материала	Подробности
5	Отлично	Все задания выполнены правильно, структура пространства элементарных исходов построена адекватно и детально, расчеты проведены корректно, демонстрируется полное понимание материала.
4	Хорошо	Большинство заданий выполнены верно, возможны несущественные ошибки или незначительная путаница в обозначениях, отсутствует серьёзное искажение смысла заданий.
3	Удовлетворительно	Основные элементы заданий выполнены, но присутствуют заметные ошибки в построении пространства элементарных исходов или некорректные рассуждения при подсчёте вероятностей. Требуется коррекция действий под руководством преподавателя.
2	Неудовлетворительно	Значительное число ошибок в работе, неправильное определение структуры пространства элементарных исходов, недостаточное знание базовых понятий теории вероятностей.

Тема практической работы № 2. Вычисление вероятностей событий на основе классического определения вероятности, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование способности вычислять вероятности событий методом классической формулы вероятности.

Теоретическая часть.

Подробное рассмотрение классического определения вероятности и алгоритма его применения:

Понимание элементов пространства элементарных исходов.

Нахождение количества благоприятствующих исходов.

Использование формулы классической вероятности:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Рассмотрение примеров решения задач по вычислению вероятности события с использованием данной формулы.

Практический этап

Выполнение индивидуальных карточек-заданий:

Карточка №1. Эксперимент: Монету бросили дважды. *Вопрос:* Найти вероятность того, что обе стороны окажутся одинаковые.

Карточка №2. Эксперимент: Кость бросили трижды. *Вопрос:* Чему равна вероятность того, что хотя бы один раз выпадет шесть очков?

Карточка №3. Эксперимент: Учащиеся выбирают билеты перед экзаменом. Есть четыре билета, два из которых содержат легкие вопросы. *Вопрос:* Какова вероятность того, что ученик вытянет легкий билет?

Карточка № 4. Эксперимент: Одновременно подбрасываются две монеты. *Вопрос :* Определите пространство элементарных исходов и вычислите вероятность того, что хотя бы одна монета упадет орлом вверх.

Карточка № 5. Эксперимент: Игральный кубик бросается один раз.

Вопрос: Запишите пространство элементарных исходов и найдите вероятность того, что выпадет число больше трех.

Карточка № 6. Эксперимент: Группа студентов выбирает руководителя, выбрав одного из четырёх кандидатов равновероятно.

Вопрос: Опишите пространство элементарных исходов и вычислите вероятность того, что выбран будет кандидат под номером 2.

Карточка № 7. Эксперимент: Учёба начинается завтра утром, и у вас есть пять вариантов расписания уроков, каждое из которых одинаково вероятно.

Вопрос: Постройте пространство элементарных исходов и определите вероятность того, что первое уроком будет математика.

Карточка № 8. Эксперимент: Куплено лотерейный билет, содержащий десять номеров, и игрок хочет угадать три номера.

Вопрос: Изобразите пространство элементарных исходов для трёх номеров и вычислите вероятность того, что все три номера попадут в выигрышные.

Карточка № 9. Эксперимент: В коробке находятся восемь шаров: пять чёрных и три белые. Шар достаётся случайным образом.

Вопрос: Представьте пространство элементарных исходов и посчитайте вероятность достать белый шар.

Карточка № 10. Эксперимент: Экзаменационные билеты разделены на два равных уровня сложности: лёгкие и трудные. Всего имеется десять билетов.

Вопрос: Какие исходы соответствуют выбору простого билета и чему равна вероятность такого исхода?

Проверка выполненных работ

Проверка правильности решения задач с обсуждением найденных путей решения.

Итоговая рефлексия

Подведение итогов занятия, обсуждение вопросов и трудностей, возникших в ходе практики.

Критерии оценки:

Оценка	Характеристика исполнения задания
5 («отлично»)	Полностью правильно решено большинство задач, дано точное описание пространства элементарных исходов, применение формул вероятности безупречно, оформление соответствует требованиям. Студент демонстрирует свободное владение предметом.
4 («хорошо»)	Правильно выполнен ряд задач, присутствует понимание метода классической вероятности, но имеются незначительные ошибки в промежуточных расчетах или небольших аспектах оформления.

3 («удовлетворительно»)	Часть задач решена правильно, но допущены ошибки в построении пространства элементарных исходов или выборе формулы вероятности. Общая логика сохраняется, но необходимы улучшения.
2 («неудовлетворительно»)	Большая часть заданий выполнена неверно, систематически нарушаются правила построения пространства элементарных исходов, много ошибок в расчетах. Требуется переосмысление и коррекция подходов.

Тема практической работы № 3. Вычисление условной вероятности и проверка независимости событий, объем часов 2.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение навыков вычисления условной вероятности и проверки независимости событий в рамках теории вероятностей.

Индивидуальные задания для студентов:

Карточка №1. Эксперимент: В ящике находится 10 деталей, из которых 3 бракованные. Произведена выборка одной детали. Известно, что деталь дефектная. Найти вероятность того, что она была изготовлена цехом А, если известно, что цех А производит 60% продукции предприятия, причем доля брака в цехе А составляет 5%.

Карточка №2. Эксперимент: Проводится социологический опрос населения города. Пусть А — событие, состоящее в том, что респондент голосовал на выборах, а В — в том, что он поддерживает политику властей. Найти условную

вероятность события В, если известны доли голосовавших и поддерживающих власти.

Карточка №3. Эксперимент: Из колоды карт наудачу вынута одна карта. Какова вероятность того, что это дама червей, если известно, что вытянутая карта принадлежит красной масти?

Карточка №4. Эксперимент: Доказать независимость событий А и В, если известна следующая таблица совместного распределения вероятностей:

	A	\bar{A}
B	0.3	0.2
\bar{B}	0.4	0.1

Карточка № 5. Эксперимент: В коробке лежат 12 шариков: 5 зелёных, 4 жёлтых и 3 синих. Шары берутся наугад по одному. После извлечения шары возвращаются обратно. Предположим, что мы знаем, что первый шар оказался жёлтым.

Найти вероятность того, что следующий шар также будет жёлтого цвета.

Карточка № 6. Эксперимент: Предположим, что события А и В связаны следующим образом: $P(A)=0.4$, $P(B)=0.5$, $P(AB)=0.2$. Являются ли события А и В независимыми?

Карточка № 7. Эксперимент: Из колоды карт наугад вытянут одну карту. Известно, что эта карта красного цвета. Найти вероятность того, что это дама.

Карточка № 8. Эксперимент: Группа студентов прошла тестирование, где 70% ответили на вопросы правильно. Далее оказалось, что 30% сдававших тест принадлежат гуманитариям, причём 60% гуманитариев ответили правильно. Являются ли события принадлежности к гуманитариям и успешному прохождению теста независимыми?

Рефлексия и обратная связь

Провести краткое обсуждение эффективности проведённой работы, выявить проблемы и обсудить пути решения.

Критерии оценки

Оценка	Критерии оценивания
5	Грамотно определены условные вероятности и проведен правильный анализ независимости событий. Решение представлено чётко и аргументированно. Нет существенных ошибок.
4	Корректно рассчитаны условные вероятности, выявлена зависимость событий, но присутствуют отдельные ошибки в выводах или интерпретации результатов.

3	В целом соблюдена последовательность шагов при вычислении условных вероятностей, но выявлены значительные ошибки в анализе независимости событий.
2	Выявлены большие затруднения в понимании процесса вычисления условных вероятностей и признаков независимости событий. Результаты требуют значительной коррекции.
1	Студентом не освоены основные принципы темы, подавляющее большинство задач выполнено неверно, требуются дополнительные занятия для достижения необходимого уровня знаний.

Тема практической работы № 4. Вычисление математического ожидания и дисперсии дискретных случайных величин, объем часов 2.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование навыков вычисления числовых характеристик дискретных случайных величин (математического ожидания и дисперсии).

Задания:

Задание 1. Работа с набором карточек-заданий:

Карточка № 1. Задача: Имеется дискретная случайная величина X , принимающая значения $-1, 0, 1$ с соответствующими вероятностями $0.2, 0.5, 0.3$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

Карточка № 2. Задача: Случайная величина Y принимает значения $2, 4, 6$ с вероятностями $0.4, 0.3, 0.3$ соответственно. Найти $E(Y)$ и $D(Y)$.

Карточка № 3. Задача: На предприятии изготавливают изделия двух типов: стандартные и нестандартные. Вероятность изготовления стандартного

изделия равна 0.8. Найти среднее значение изделий, произведённых предприятием за смену, если продукция измеряется числом стандартных изделий из десяти произведённых.

Карточка № 4. Задача: Дискретная случайная величина Z принимает значения 0, 1, 2, 3 с вероятностями 0.1, 0.3, 0.4, 0.2 соответственно. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины Z .

Карточка № 5. Задача: Производственный цех выпускает детали двух видов: качественные и некачественные. Вероятность выпуска качественной детали равна 0.9. Производительность цеха — 100 деталей в сутки. Найти ожидаемое количество качественных деталей, выпущенных за рабочую неделю.

Карточка № 6. Задача: Игральную кость бросают дважды. Рассмотрим случайную величину W , представляющую сумму выпавших очков. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины W .

Карточка № 7. Задача: В ящике содержится 10 лампочек, из которых 3 неисправны. Берётся наугад одна лампа. Затем возвращаем её назад и вновь берем вторую лампочку. Пусть случайная величина K — количество неисправных ламп, оказавшихся в результате испытания. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины K .

Карточка № 8. Задача: Спортсмен участвует в соревнованиях, где шанс выиграть медаль равен 0.7. Спортсмен планирует принять участие в 10 турнирах. Найти ожидаемый средний показатель выигранных медалей и соответствующую дисперсию.

Задание 2. Решите задачи:

1. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

а)	X	-4	6	10	б)	X	0,21	0,54	0,61
	p	0,2	0,3	0,5		p	0,1	0,5	0,4

2. Случайные величины X и Y независимы. Найти дисперсию случайной величины $Z=3X + 2Y + 4$, если известно, что а) $D(X)=5, D(Y)=6$;

б) $D(X)=8, D(Y)=5$.

3. Вероятность изготовления бракованной детали автоматом равна 0,002. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины X - числа бракованных деталей, если деталей изготовлено 1000. Определить вероятность того, что из 1000 деталей будет изготовлено: а) не более двух бракованных; б) хотя бы одна бракованная.

4. Дискретная случайная величина X имеет только три возможных значения: $x_1=1, x_2$ и x_3 причем $x_1 < x_2 < x_3$. Вероятности того, что X примет значения x_1 и x_2 соответственно равны 0,2 и 0,3. Найти закон распределения величины X , зная математическое ожидание $M(X)=2,2$ и дисперсию $D(X)=0,76$.

5. Дискретная случайная величина X имеет только два возможных значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 , равна 0,2. Найти закон распределения X , зная математическое ожидание $M(X)=2,6$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)=0,8$.

Консультация и контроль

Преподаватель оказывает консультационную поддержку, помогает устранять возникающие трудности.

Осуществляется взаимная проверка решений внутри подгрупп.

Подведение итогов

Общий обзор проделанной работы, обсуждение проблемных моментов.

Критерии оценки

Оценка	Критерии оценивания
5	Задания выполнены полностью и правильно, использован корректный алгоритм вычисления, все шаги решения описаны подробно и четко.
4	Основное количество заданий выполнено правильно, возможны единичные ошибки в расчетах или пропуске детализации, но общая логика сохранена.
3	Часть заданий выполнена неверно, допущены ошибки в вычислении математического ожидания или дисперсии, недостаточно раскрыта суть шагов решения.
2	Имеются крупные ошибки в применении формул, процедура вычисления нарушена, решения неверны.

Тема практической работы № 5. Построение и анализ биномиального и нормального распределений, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование навыков построения и анализа биномиального и нормального распределений, овладение способами графического отображения распределений и интерпретации полученных результатов.

Задания: Самостоятельная работа студентов по индивидуальным карточкам-заданиям:

Карточка №1. Задача: Построить график биномиального распределения для $n=10$, $p=0.5$. Проанализируйте влияние параметра p на вид распределения.

Карточка №2. Задача: Исследовать нормальное распределение с параметрами $\mu=5$, $\sigma=2$. Постройте графики плотности вероятности и интегрального распределения. Охарактеризуйте симметрию и области концентрации значений.

Карточка № 3. Задача: Сравнить поведение нормального распределения при изменении среднего значения μ и стандартного отклонения σ . Используйте параметры $\mu=0$, $\sigma=1$ и $\mu=3$, $\sigma=2$.

Карточка № 4. Задача: Исследовать поведение биномиального распределения при изменении параметра успеха p . Возьмите значения $n=15$, $p=0.2$, $p=0.5$, $p=0.8$. Построить графики соответствующих распределений и сравнить их визуально.

Карточка № 5. Задача: Используя нормированное нормальное распределение (стандартное нормальное распределение), постройте график плотности вероятности и накопленной вероятности. Определите область, покрывающую интервал $[-\sigma, +\sigma]$ вокруг среднего значения.

Карточка № 6. Задача: Рассмотрим ситуацию, когда проводят $n=20$ испытаний, каждое из которых имеет вероятность успеха $p=0.3$. Используя биномиальное распределение, постройте гистограмму частот и сравните её с нормальной аппроксимацией. Сделайте выводы относительно сходства обеих моделей.

Карточка № 7. Задача: Построить нормальное распределение с $\mu=10$, $\sigma=3$. Пользуясь свойствами распределения, найдите процент значений, лежащих в интервалах $[7,13]$ и $[4,16]$.

Карточка № 8. Задача: Исследование устойчивости нормального распределения к изменению масштаба. Выберите параметры $\mu=5$, $\sigma=1$ и $\mu=5$, $\sigma=3$. Построить соответствующие графики и сделать выводы о влиянии стандартного отклонения на форму распределения.

Обобщение изученного материала

Подведение итогов занятия, обсуждение общих закономерностей и особенностей распределений.

Критерии оценки

Оценка	Критерии оценивания
5	Полностью правильно выполнено все задания, четко и логично построен график, сделана полная и корректная интерпретация

	результатов.
4	Большинство заданий выполнено верно, но имеются незначительные ошибки в расчетах или интерпретации, рисунок представлен схематично.
3	Только часть заданий выполнена верно, найдены серьезные ошибки в построении графика или анализе данных, выводы сформулированы неуверенно.
2	Работы демонстрируют слабое понимание темы, допущены многочисленные ошибки в расчетах и построении графиков, нет попыток обосновать сделанные выводы.

Тема практической работы № 6. Применение распределения Пуассона для моделирования редких событий, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование навыков применения распределения Пуассона для описания процессов, характеризующихся редкими событиями.

Повторение материала:

Подробное изложение способа применения распределения Пуассона для оценки вероятности наступления редких событий.

Методика определения интенсивности потоков событий и характерных примеров из практики.

Работа по индивидуальным карточкам-заданиям:

Карточка №1. Задача: Средний темп поступления сообщений на сервер составляет 3 сообщения в минуту.

Найти вероятность того, что за следующую минуту поступит ровно 2 сообщения.

Карточка №2. Задача: Завод производит микросхемы, частота дефектов на миллион изделий составляет 5 единиц.

Оценить вероятность того, что из партии в 1000 микросхем будет ровно 3 дефекта.

Карточка №3. Задача: Среднее количество аварий на участке дороги составляет 2 аварии в месяц.

Оценить вероятность того, что в следующем месяце произойдет ровно 1 авария.

Карточка №4. Задача: Средняя частота отказов оборудования составляет 0,2 отказа в течение месяца.

Оценить вероятность того, что оборудование выйдет из строя ровно один раз за ближайшие полгода.

Карточка №5. Задача: Интенсивность звонков на горячую линию поддержки клиентов — 1 звонок каждые 15 минут. Оценить вероятность того, что в ближайший час оператор примет ровно 3 звонка.

Карточка №6. Задача: Городская служба скорой помощи обслуживает территорию, на которой среднее количество вызовов за ночь составляет 4 вызова. Оценить вероятность того, что за ближайшую ночь прибудет ровно 5 вызовов.

Карточка №7. Задача: Частота обнаружения бактерий в пробах воды на производстве равна примерно 0,5 бактерии на литр.

Оценить вероятность того, что в следующей пробе объемом 10 литров будет обнаружено ровно 2 бактерии.

Карточка №8. Задача: Электростанция генерирует аварию раз в среднем каждые 3 месяца.

Оценить вероятность того, что за следующие полтора года произойдёт ровно 6 аварий.

Обратная связь и обобщение

Подведение итогов занятия, обсуждение наиболее распространенных ошибок и удачных решений.

Критерии оценки

5 - Задания выполнены полностью и безошибочно, показано глубокое понимание материала, расчет сделан грамотно и логично.

4 - Основное количество заданий выполнено верно, имеются отдельные мелкие ошибки в расчетах или пояснении.

3 - Решены лишь отдельные задания, имеются значительные ошибки в построении рассуждений или подборе формул.

2 - Выполнены с большими ошибками почти все задания, признаки серьезного недопонимания материала очевидны.

Тема практической работы № 7. Демонстрация центральной предельной теоремы на основе генерации выборок и построения гистограмм, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование навыков демонстрации центральной предельной теоремы путём генерации случайных выборок и анализа их распределения.

Задания:

Индивидуальное задание №1

Сгенерируйте 1000 выборок размером 20 элементов каждая из экспоненциального распределения с параметром $\lambda=0.5$. Рассчитайте выборочные средние и постройте гистограмму распределения средних значений. Обратите внимание на форму полученной гистограммы и проверьте гипотезу о приближении к нормальному распределению.

Индивидуальное задание №2

Создайте 500 выборок размером 50 элементов каждая из геометрического распределения с параметром $p=0.3$. Вычислите выборочные средние и постройте гистограмму. Сделайте выводы о форме гистограммы и ее приближении к нормальному виду.

Индивидуальное задание №3

Сформулируйте выборки разного размера (например, 10, 50, 100) из равномерного распределения на промежутке $[1,10]$. Для каждой серии выборок рассчитайте выборочные средние и постройте гистограммы распределения средних значений. Изучите изменение формы гистограммы при увеличении размера выборки.

Индивидуальное задание №4

Проверьте центральную предельную теорему на примере биномиального распределения с параметрами $n=20$ и $p=0.4$. Создайте 1000 выборок по 100

измерений каждая и постройте гистограмму выборочных средних. Сделайте заключение о схожести распределения с нормальным законом.

Индивидуальное задание №5

Используя нормальное распределение с параметрами $\mu=5$ и $\sigma=2$, создайте 1000 выборок по 30 измерений каждая. Вычислите выборочные средние и постройте гистограмму. Докажите на основе гистограммы, что выборочные средние стремятся к нормальному распределению.

Индивидуальное задание №6

Моделирование логистического распределения с масштабом 1 и средним значением 0. Сформируйте 500 выборок по 50 элементов каждая. Найдите выборочные средние и проанализируйте гистограмму их распределения.

Индивидуальное задание №7

Создание выборок размера 100 элементов из гамма-распределения с параметрами $\alpha=2$ и $\beta=3$. Повторите этот процесс 1000 раз и получите гистограмму распределения выборочных средних. Покажите близость распределения к нормальному закону.

Индивидуальное задание №8

Проверьте действие центральной предельной теоремы на выборках, созданных из гипергеометрического распределения с параметрами $N=100$, $m=30$, $n=10$. Создайте 1000 выборок и исследуйте поведение гистограммы выборочных средних.

Индивидуальное задание №9

Генерация 1000 выборок из распределения Коши с параметром местоположения 0 и масштабирующим коэффициентом 1. Размер каждой выборки — 100 элементов. Построить гистограмму выборочных средних и исследовать стабильность среднего значения.

Индивидуальное задание №10

Выборки размера 50 из Лапласовского распределения с параметром сдвига 0 и параметром масштаба 1. Создать 1000 таких выборок, рассчитать выборочные средние и представить их распределение в виде гистограммы. Проанализировать, насколько близко оно приближается к нормальному распределению.

Обобщение изученного материала

Совместное обсуждение результатов и сравнение гистограмм.

Ответы на вопросы студентов.

Критерии оценки

5 - Задания выполнены полностью и без ошибок, рисунки и графики представлены аккуратно, все требуемые выводы сформулированы четко и убедительно.

4 – Основная часть заданий выполнено верно, но имеются отдельные небольшие ошибки в расчетах или незначительные недочеты в оформлении рисунков. Выводы сформулированы в общем корректно.

3 - Выполнены только отдельные части задания, присутствуют значительные ошибки в построении гистограмм или обработке данных, выводы сформулированы недостаточно ясно.

2 – Большая часть задания выполнена неверно, допущены грубые ошибки в генерации выборок или построении гистограмм, выводы отсутствуют или некорректны.

Тема практической работы № 8. Применение центральной предельной теоремы для оценки распределения сумм случайных величин, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - закрепление навыков применения центральной предельной теоремы для исследования распределения суммы случайных величин.

Задания:

Повторение теоретического материала

Краткое изложение содержания центральной предельной теоремы.

Связь между суммой случайных величин и нормальным распределением.

Принцип использования центральной предельной теоремы для оценки распределения суммы случайных величин.

Практическая часть

Предоставление студентам индивидуальных заданий на компьютере:

Карточка №1. Задача: Модель системы обслуживания покупателей, где время обслуживания клиента распределяется равномерно на промежутке $[0,10]$ минут. Найти распределение времени обслуживания группы из 100 клиентов и доказать приближенность распределения к нормальному закону.

Карточка №2. Задача: Суммарный доход фирмы складывается из дохода 50 сотрудников, чей заработок распределяется нормально с параметрами $\mu=50\,000$ рублей и $\sigma=10\,000$ рублей. Оценить среднее и стандартное отклонение суммарного дохода.

Карточка №3. Задача: Количество обращений в службу технической поддержки подчиняется распределению Пуассона с параметром $\lambda=3$

обращения в час. Рассмотрите систему за 10 часов и используйте центральную предельную теорему для оценки распределения суммарного числа обращений.

Карточка №4. Задача: Фирма занимается производством электронных компонентов, средняя продолжительность службы которых равномерно распределена на промежутке от 500 до 1000 часов. Используя центральную предельную теорему, оцените среднее время службы партии из 100 компонентов и проверьте приближённость распределения суммы к нормальному закону.

Карточка №5. Задача: Время прибытия автобусов на остановку подчиняется экспоненциальному распределению с параметром $\lambda=0.2$ автобуса в минуту. Оцените распределение суммарного времени ожидания для пассажиров, стоящих на остановке в течение часа.

Карточка №6. Задача: Средняя производительность труда сотрудника компании равномерно распределена на промежутке от 5 до 10 рабочих часов в день. Оцените среднюю продуктивность команды из 50 сотрудников и подтвердите справедливость центральной предельной теоремы.

Карточка №7. Задача: Компания отслеживает количество заявок на техническую поддержку, которое распределено по закону Пуассона с параметром $\lambda=2$ заявки в день. Используйте центральную предельную теорему для оценки распределения суммарного числа заявок за месяц (30 дней).

Карточка №8. Задача: В торговом центре ежедневно поступает поток покупателей, распределённый по закону Пуассона с параметром $\lambda=10$ покупателей в час. Оцените распределение суммарного числа покупателей за рабочий день продолжительностью 8 часов.

Карточка №9. Задача: Температура воздуха в городе колеблется равномерно от 15°C до 25°C . Оцените среднедневную температуру за период наблюдения длиной в 100 дней и покажите, что распределение температуры приближается к нормальному.

Карточка №10. Задача: Скорость автомобиля на трассе равномерно распределена от 60 км/ч до 120 км/ч. Оцените среднее расстояние, пройденное автомобилем за поездку длительностью 10 часов, и докажите, что распределение суммарного расстояния приближается к нормальному.

Обобщение изученного материала

Совместное обсуждение результатов, ответы на вопросы студентов.

Критерии оценки:

5 - Верно выполнены все задания, показаны глубокие знания и понимание темы, отчёты и расчёты оформлены грамотно и наглядно, графики построены корректно. Выводы чёткие и обоснованные.

4 - Основное количество заданий выполнено верно, допускаются незначительные ошибки в расчётах или оформлении графиков, выводы верны, но могли бы быть подробнее.

3 - Отдельные задания выполнены неверно, имеются существенные ошибки в расчётах или трактовке центральной предельной теоремы, графиках и выводах.

2 - Большая часть заданий выполнена неправильно, обнаруживается плохое понимание материала, графика и выводы представлены некорректно.

Тема практической работы № 9. Моделирование закона больших чисел на основе последовательных испытаний, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - ознакомление студентов с моделью закона больших чисел посредством компьютерного моделирования и проведение анализа поведения относительной частоты наступления события при многократных испытаниях.

Задания:

Повторение теоретического материала

Повторение основных положений закона больших чисел.

Пояснение назначения и роли относительной частоты события.

Объяснение нового материала

Демонстрация работы компьютера в качестве инструмента моделирования.

Последовательность шагов для проведения моделирования испытаний и анализа относительной частоты.

Практическая часть

Выполнение индивидуального задания на компьютере:

Карточка №1. Задача: смоделировать серию из 1000 испытаний с монетой (вероятность выпадения герба $p=0.5$). Зарегистрировать частоту выпадения герба и проследить её стабилизацию при росте числа испытаний.

Карточка №2. Задача: провести моделирование процесса появления события с вероятностью $p=0.3$ в серии из 500 испытаний. Регистрация динамики

относительной частоты события и сопоставление с теоретическими показателями.

Карточка №3. Задача: создать модель опыта с двумя разными видами событий (событие A наступает с вероятностью $p_A=0.6$, событие B — с вероятностью $p_B=0.4$), рассмотреть динамику относительной частоты для каждого события при проведении 1000 испытаний.

Карточка №4. Задача: Смоделировать процесс измерения температуры с прибором, имеющем небольшую погрешность (нормальное распределение с $\mu=20^\circ\text{C}$ и $\sigma=0.5^\circ\text{C}$). Провести 1000 замеров и построить график относительной частоты попадания показаний в разные диапазоны температур, подтвердить стремление относительной частоты к стабильному значению.

Карточка №5. Задача: Провести моделирование настольной игры, где участник бросает кубик с шестью гранями. Вероятность выпадения каждой грани равна $1/6$. Реализовать серию из 5000 бросков и построить график относительной частоты выпадения конкретной грани (например, цифры «6»). Проследить, как частота приближается к теоретическому значению.

Карточка №6. Задача: Модель телефонной линии, на которую поступают звонки с частотой 5 звонков в час (пуассоновское распределение с $\lambda=5$). Провести моделирование процесса приёма звонков за 100 часов и проследить, как относительная частота прихода звонков стабилизируется вблизи своего среднего значения.

Карточка №7. Задача: Проводятся эксперименты с лотереей, где вероятность выигрыша равна $p=0.01$. Экспериментатор покупает 1000 билетов. Построить график относительной частоты побед и проанализировать, как часто фактическая частота приближается к заявленному значению вероятности.

Карточка №8. Задача: Получить образец набора высоты самолётом при посадке, где высота в метрах выражается случайной величиной с нормальным распределением $N(3000,50)$. Смоделировать 2000 посадок и построить график относительной частоты высот, близких к номинальной высоте посадки. Проконтролировать стабилизацию относительной частоты возле средней высоты.

Карточка №9. Задача: Организация проводит конкурс с призовыми местами, где шансы победителя равны $p=0.05$. Смоделировать проведение конкурса с участием 1000 участников и построить график относительной частоты победителей. Проверить, насколько часто фактическая частота совпадает с теоретической вероятностью победы.

Подведение итогов

Обсуждение результатов, ответы на вопросы студентов.

Особенности оценки:

Корректность кода: Программа должна корректно имитировать заданные процессы и давать нужные результаты.

Графики: Они должны быть информативными, правильно размеченными и иллюстрировать достижение стабилизация относительной частоты.

Выводы: Обязательное подтверждение закономерности, описываемой законом больших чисел, должно быть сделано четко и доступно.

Критерии оценки:

5 - Задание выполнено полностью и без ошибок, программа написана грамотно, графики выполнены качественно, выводы обоснованы и точны.

4 - Задание выполнено хорошо, возможны небольшие ошибки в программе или оформлении графиков, выводы верны, но менее развернуты.

3 - Часть задания выполнена неправильно, допущены значительные ошибки в коде или интерпретации результатов, выводы приблизительны.

2 - Преобладают ошибки в программах, графики неинформативные, выводы неверны или поверхностны. Недостаточно глубоко раскрыт материал.

Тема практической работы № 10. Оценка среднего значения выборки и математического ожидания с помощью закона больших чисел, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение методики оценки среднего значения выборки и математического ожидания случайной величины с использованием закона больших чисел.

Теоретическая часть:

Разбор типовых примеров расчета среднего значения выборки и оценивания математического ожидания. Подробный разбор алгоритма действий при оценке математического ожидания по закону больших чисел:

Алгоритм действий:

1. Формулировка условия задачи:

Записываем условие задачи, определяем случайную величину, для которой необходимо оценить математическое ожидание. Например, пусть дана выборка объемом n , состоящая из значений случайной величины X .

2. **Определение выборочных данных:**

3. Перечисляем имеющиеся выборочные данные (наблюдения) случайной величины X . Обычно это таблица значений либо перечисленные числа вида x_1, x_2, \dots, x_n .

4. **Расчёт среднего значения выборки:**

Среднее значение выборки \bar{X} определяется по формуле:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n},$$

где n — объем выборки, x — отдельное наблюдение.

5. **Применение закона больших чисел:**

Закон больших чисел утверждает, что при увеличении объема выборки среднее значение выборки стремится к истинному математическому ожиданию случайной величины. Таким образом, мы принимаем среднее значение выборки \bar{X} за оценку математического ожидания $E[X]$:

$$E[X] \approx \bar{X}.$$

6. **Интерпретация результата:**

После вычисления делаем вывод о приближённом значении математического ожидания на основе полученного среднего значения выборки. Важно учитывать, насколько велика выборка, поскольку точность оценки зависит именно от её размера.

7. **Запись ответа:**

Итоговый ответ записывается в следующем виде:

Средняя величина выборки равна ____, следовательно, оценка математического ожидания случайной величины примерно равна ____.

Практическая часть:

Задания:

Вариант 1. Пусть имеется выборка объема $n=50$ значений некоторой случайной величины X : $\{12, 18, 15, \dots\}$. Вычислить среднее значение выборки \bar{X} и оценить математическое ожидание $M(X)$.

Вариант 2. По данным наблюдений над случайной величиной Y получены значения её реализации: $y_1 = 3, y_2 = 5, \dots, y_{50} = 10$. Найти среднюю величину выборки и оценку математического ожидания $E(Y)$.

Вариант 3. Имеется выборка объёма $n=40$ значений случайной величины Z : $z_1 = 10, z_2 = 12, \dots, z_{40} = 18$. Рассчитать среднее значение выборки и сделать вывод относительно приближённого значения математического ожидания.

Вариант 4. Дана выборка объемом $n=30$ значений случайной величины X , представляющих собой число клиентов банка за каждый рабочий день месяца. Данные приведены в таблице (первое число соответствует первому рабочему дню):

День	Количество клиентов
1	12
2	18
...	...
30	15

Вычислите среднее значение выборки \bar{X} , оцените математическое ожидание числа клиентов в банке в рабочие дни и сделайте соответствующий вывод.

Вариант 5. По результатам наблюдения за производительностью станков предприятия известны значения дневной выработки продукции (Y) за 40 рабочих смен: $y_1=5, y_2=7, \dots, y_{40}=9$. Рассчитайте среднее значение выборки \bar{Y} и дайте приблизительную оценку математическому ожиданию производительности станков за смену.

Вариант 6. Выборочно измерены температуры воздуха (θ °C) в течение часа с интервалом в пять минут. Полученные данные представлены следующим образом: $\theta_1=-1, \theta_2=+2, \dots, \theta_{12}=-3$. Определите среднее значение температур выборки $\bar{\theta}$. Сделайте предположение о среднем значении температуры за этот промежуток времени на основе закона больших чисел.

Вариант 7. Фирма проводит мониторинг продолжительности звонков операторов кол-центра (T). За неделю получено следующее распределение длительности разговоров: $t_1=3$ мин, $t_2=4$ мин, ..., $t_{100}=5$ мин. Используя закон больших чисел, вычислите среднее значение выборки \bar{T} и сделайте заключение о возможной средней продолжительности звонка оператора фирмы.

Вариант 8. Предприятие собирает статистику количества выпускаемых изделий ежедневно в течение 50 рабочих дней. Известно, что объем производства составляет: $v_1=100, v_2=110, \dots, v_{50}=105$. Необходимо рассчитать среднее значение выборки \bar{V} и предложить соответствующую оценку математического ожидания выпуска изделий предприятием в день.

Обобщение и закрепление изученного материала

Подведение итогов занятия, обсуждение наиболее сложных моментов решения задач, выявление типичных ошибок и рекомендации.

Критерии оценки

1. Правильность вычислений:

- ✓ Корректность формул и точность подсчета средних значений выборки и оценки математического ожидания.
- ✗ Наличие ошибок в расчетах.

2. Соответствие методическим рекомендациям:

- ✓ Выполнение всех шагов по алгоритмам, изложенным преподавателем и рекомендованным литературой.

- Х Пропуск важных этапов или нарушение последовательности действий.
3. **Оформление работы:**
✓ Четкость оформления таблицы, аккуратность записей и ясность изложения промежуточных результатов.
Х Неаккуратность или небрежность в оформлении работы.
4. **Аргументация вывода:**
✓ Логичность обоснования заключительных выводов и правильность формулировки заключения.
Х Отсутствие четких аргументов или ошибочная интерпретация результата.
5. **Самостоятельность выполнения:**
✓ Работа выполнена самостоятельно, демонстрируя умение применять полученные знания.
Х Признаки списывания или неверного понимания сути задачи.
6. **Использование техники (калькулятор, компьютер):**
✓ Грамотное использование технических средств для ускорения вычислений и повышения точности.
Х Несоблюдение инструкций по применению программного обеспечения или некорректное применение инструментов.

Балльная система оценки:

Отлично (5) — **90—100%**: Все критерии выполнены безупречно, расчеты верны, оформление качественное, логика вывода прозрачна.

Хорошо (4) — **75—89%**: Основные этапы соблюдены, незначительные погрешности в оформлении или небольшом числе расчетов, общая картина правильная.

Удовлетворительно (3) — **60—74%**: Некоторые ошибки в расчете, отдельные нарушения требований к оформлению, недостаточное обоснование выводов.

Неудовлетворительно (2) — **менее 60%**: Значительное количество грубых ошибок, неправильная последовательность действий, отсутствие аргументированного вывода.

Тема практической работы № 11. Построение точечных оценок параметров для различных распределений, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - изучение методов построения точечных оценок неизвестных параметров распределения случайных величин.

Задания:

Теоретическая часть:

Объясняются основные подходы к построению точечных оценок параметров нормального, биномиального и экспоненциального распределений. Демонстрируются наглядные примеры.

Практическая часть:

Задания:

Задание 1. Дан ряд наблюдений нормально распределённой случайной величины X с известным средним значением $\mu=10$ и неизвестной дисперсией σ^2 . Наблюдения: 12,8,11,14,9 | 12,8,11,14,9. Определите точечную оценку дисперсии методом максимального правдоподобия.

Задание 2. Имеются наблюдения случайной величины Y , имеющей биномиальное распределение с параметрами $n=10$ и неизвестной вероятностью успеха p . Наблюдения: 3,4,2,5,6 | 3,4,2,5,6. Постройте точечную оценку вероятности успеха методом моментов.

Задание 3. Проведено исследование времени жизни изделия, которое имеет экспоненциальное распределение с неизвестным параметром λ . Экспериментально зафиксированы времена выхода из строя изделий: 10,15,20,25,30 | 10,15,20,25,30 часов. Используйте метод максимального правдоподобия для нахождения точечной оценки параметра λ .

Задание 4. Имеется случайная величина Z , подчинённая нормальному распределению с неизвестным средним значением μ и известной дисперсией $\sigma^2 = 4$. Проводится эксперимент, в результате которого фиксируются следующие значения: $z_1 = 15, z_2 = 17, z_3 = 14, z_4 = 16, z_5 = 18$. Постройте точечную оценку среднего значения μ методом максимального правдоподобия.

Задание 5. Проведен опыт, состоящий из десяти испытаний, где каждое испытание является независимым событием с двумя возможными исходами ("успех" и "неудача"). Вероятность успеха неизвестна и обозначается буквой p . Результаты опыта показали следующую частоту успехов: $k=7$. Определите точечную оценку вероятности успеха p методом моментов.

Задание 6. Время работы прибора до отказа подчиняется экспоненциальному распределению с неизвестным параметром λ . Наблюдаются следующие

моменты отказов: $t_1 = 20, t_2 = 30, t_3 = 40, t_4 = 50, t_5 = 60$ часов.

Используйте метод максимального правдоподобия для оценки параметра λ .

Задание 7. Известно, что продолжительность телефонных переговоров сотрудников отдела продаж подчиняется нормальному распределению с неизвестной дисперсией σ^2 . Приведённые наблюдения продолжительности разговора имеют вид: $d_1 = 5, d_2 = 6, d_3 = 7, d_4 = 8, d_5 = 9$ минут. Используя метод моментов, постройте точечную оценку дисперсии σ^2 .

Задание 8. Распределение массы деталей характеризуется нормальным законом с неизвестным средним значением μ и дисперсией $\sigma^2 = 16$. Производятся измерения масс отдельных деталей: $m_1 = 100, m_2 = 102, m_3 = 101, m_4 = 103, m_5 = 104$ граммов.

Оцените точечным способом среднее значение μ методом максимального правдоподобия.

Подведение итогов занятия

Обсуждение трудностей, возникших при выполнении заданий. Анализ основных ошибок и разъяснение типичных проблемных ситуаций.

Критерии оценки

Оценка «5» (отлично):

Задание выполнено верно и полно.

Показано глубокое понимание используемых методов и принципов оценки параметров.

Правильное использование формул и грамотное оформление решения.

Продемонстрирована способность ясно и точно объяснить ход решения.

Правильно сформулирован вывод по задаче, основан на правильном применении статистических методов.

Оценка «4» (хорошо):

Основная часть задания выполнена правильно.

Допущены небольшие арифметические ошибки или описки, не влияющие существенно на конечный результат.

Отсутствуют существенные ошибки в понимании ключевых концепций.

Есть незначительная путаница в терминологии или оформлении записи.

Оформлен правильный вывод, хотя возможны небольшие недостатки в трактовке результатов.

Оценка «3» (удовлетворительно):

Часть задания выполнена верно, однако имеются значительные ошибки в расчетах или логическом рассуждении.

Используется верный подход, но наблюдаются серьёзные проблемы в знании конкретных методик.

Частично неправильно применяются формулы или правила оценки параметров.

Некорректно сделаны выводы или отсутствует чёткое описание процесса вычислений.

Неправильно оформлены шаги или недостаточно подробно описан процесс.

Оценка «2» (неудовлетворительно):

Задача практически не решена или выполнена с грубыми ошибками.

Проявлено слабое знание методов оценки параметров и основ теории вероятностей.

Большая часть вычислений сделана неверно или вообще отсутствуют необходимые вычисления.

Нет правильного оформления задачи, потеряны важные элементы расчёта.

Совершенно неверные выводы или полное непонимание предмета исследования.

Тема практической работы № 12. Оценка доверительных интервалов для среднего значения и дисперсии, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование практических навыков расчета доверительных интервалов для среднего значения и дисперсии случайной величины.

Задания:

Задания выполняются индивидуально либо в парах, далее проводится обсуждение полученных результатов.

Задание 1. Доверительный интервал для среднего значения при известной дисперсии.

Используя выборочные данные (предоставляются преподавателем):

№	Значение
1	X_1

2	X_2
...	...
n	X_i

Определите доверительный интервал для среднего значения нормальной совокупности с известным стандартным отклонением $\sigma = 5$, используя уровень доверия 95%.

Задание 2. Доверительный интервал для дисперсии.

По той же выборке определите доверительный интервал для неизвестной дисперсии, применяя распределение χ^2 с уровнем надежности 90%. Предполагается нормальное распределение генеральной совокупности.

Задание 3. Определение доверительного интервала для среднего значения при неизвестной дисперсии

Используя приведённые ниже выборочные данные:

№	Значение
1	8.5
2	9.2
3	7.8
4	8.9
5	9.1
6	8.3
7	8.7
8	9.0
9	8.6
10	8.4

Рассчитайте двусторонний доверительный интервал для истинного среднего значения генеральной совокупности при уровне надёжности 95%, предполагая, что выборочная совокупность подчиняется нормальному распределению с неизвестной дисперсией.

Задание 4. Интервал для стандартного отклонения

Имеются наблюдения температуры окружающей среды ($^{\circ}\text{C}$): 8.1, 7.5, 8.9, 9.3, 8.4, 8.6, 9.0, 8.7, 8.2, 8.5.

Вычислите односторонний верхний доверительный предел для стандартной ошибки измерения температуры, полагаясь на уровень значимости 5% и гипотезу о нормальном распределении исходных данных.

Задание 5. Расчёт доверительного интервала для пропорции (доли)

Для удобства восприятия интерфейса мобильного приложения было проведено тестирование среди пользователей. Из случайно выбранных 200 респондентов, интерфейс понравился 150 пользователям. Необходимо оценить долю всех потенциальных пользователей, которым понравится новый дизайн сайта, с точностью до 95%-го доверительного интервала.

Задание 6. Анализ результатов социологического опроса

Предположим, что в ходе социологического исследования установлено, что средняя продолжительность ежедневного отдыха сотрудников предприятия составляет 6.5 часа с выборочной дисперсией равнозначной 0.25. Размер выборки составил 100 человек. Предполагая нормальный закон распределения продолжительности отдыха, постройте двусторонний доверительный интервал для среднего времени отдыха работников предприятия при уровне значимости 0.01.

Задание 7. Решите следующую ситуацию:

Из партии изделий проверено 25 единиц продукции. Средняя длина изделия составила 10 см, а стандартное отклонение длины составило 0.5 см. Постройте двусторонний доверительный интервал для средней длины всей партии изделий при уровне уверенности 99%.

Указание: Воспользуйтесь соответствующими формулами для построения доверительного интервала среднего значения при неизвестной дисперсии.

Критерии оценки

«5» (отлично)

Студент демонстрирует полное владение материалом и способность правильно решать поставленные задачи. Для выставления оценки «5» студент должен:

Правильно решить большинство предложенных задач (не менее 80%).

Грамотно интерпретировать результаты расчетов и обосновать применение методов построения доверительных интервалов.

Показывать уверенное использование соответствующих таблиц квантилей (нормального распределения, распределения Стьюдента, хи-квадрат).

Представить четкое оформление процесса вычислений и выводов.

«4» (хорошо)

Студент показывает хорошее знание предмета, однако допускает незначительные ошибки или неточности. К критериям относятся:

Решение большинства заданий (около 70%) выполнено верно.

Небольшие погрешности при интерпретации результатов, небольшие пропуски этапов обоснования выбора метода.

Возможность исправить допущенные ошибки при пояснении преподавателя.

«3» (удовлетворительно)

Студент владеет базовыми принципами построения доверительных интервалов, но испытывает значительные затруднения при решении некоторых типов задач. Требуемые критерии:

Правильное решение около половины заданий (примерно 50%).

Ошибки в расчетах и неполная аргументация своего подхода.

Недостаточный уровень детализации представляемых шагов решения.

«2» (неудовлетворительно)

Студент показал недостаточное понимание учебного материала. Студенту потребуется дополнительная консультация преподавателя. Основные признаки:

Верно решено менее половины задач (менее 50%).

Неверное толкование условий задач, существенные ошибки в расчете доверительных интервалов.

Отсутствие ясности в понимании различий между типами распределений (нормальное, Стьюдента, хи-квадрат).

Тема практической работы № 13. Проверка гипотез с использованием критерия Стьюдента для двух выборок, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение методики проверки статистических гипотез о равенстве средних значений двух нормальных совокупностей методом Стьюдента (двухвыборочный t-критерий).

Задания:

Студенты выполняют расчёт самостоятельно или подгруппами под руководством преподавателя, используя подготовленные заранее наборы данных и необходимые таблицы распределения Стьюдента.

Решение проводится пошагово, с обсуждением каждого этапа вычислений и принятием итогового вывода.

Задача 1. Для двух групп испытуемых измерены показатели производительности труда. Среднее значение первой группы составляет $\bar{x}_1 = 85$, второй группы — $\bar{x}_2 = 90$. Дисперсии обеих групп известны и равны соответственно $s_1^2 = 16$ и $s_2^2 = 25$. Размер каждой выборки — $n_1 = n_2 = 30$. Необходимо проверить гипотезу о равенстве истинных средних показателей продуктивности труда на уровне значимости $\alpha=0.05$.

Задача 2. Даны две выборки объёмом $N_1=25$ и $N_2=30$ наблюдений, характеризующие производительность рабочих предприятий А и В. Средняя производительность предприятия А равна $\bar{x}_1=75$, средняя производительность предприятия В — $\bar{x}_2=80$. Дисперсии обоих предприятий известны и составляют $S_{12}=12$ и $S_{22}=18$ соответственно. Необходимо проверить гипотезу о равенстве истинных средних производительностей на уровне значимости $\alpha=0.05$.

Задача 3. Имеются две выборки объёма $N_1=20$ и $N_2=25$, представляющие доход работников компаний Х и Y. Средний доход сотрудников компании Х составил $\bar{x}_1=55000$ рублей, средний доход сотрудников компании Y — $\bar{x}_2=60000$ рублей. Дисперсии доходов известны и равны $S_{12}=2500$ и $S_{22}=3600$ соответственно. Проверьте гипотезу о равенстве средними показателями дохода на уровне значимости $\alpha=0.01$.

Задача 4. Выборочно исследованы расходы двух семейств на питание за неделю. Получено два набора данных размером $N_1=15$ и $N_2=20$. Средняя недельная сумма расходов семьи А составила $\bar{x}_1=4500$ руб., а семьи В — $\bar{x}_2=5000$ руб. Известно, что дисперсии равны $S_{12}=625$ и $S_{22}=900$ соответственно. Требуется проверить гипотезу о равенстве средненедельных расходов на питание семейств на уровне значимости $\alpha=0.05$.

Задача 5. Исследуются уровни загрязнения воздуха двумя предприятиями региона. Выборки объёмы $N_1=35$ и $N_2=40$ показывают среднее загрязнение атмосферы предприятием С — $\bar{x}_1 = 12 \mu\text{g}/\text{m}^3$, предприятием D — $\bar{x}_2 = 15 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Дисперсии уровней загрязнений известны и равны $S_{12}=4$ и $S_{22}=9$ соответственно. Нужно проверить гипотезу о равенстве уровней загрязнённости на уровне значимости $\alpha=0.05$.

Подведение итогов занятия:

Обобщение изученного материала, проверка усвоенных понятий, обсуждение возникших вопросов.

Критерии оценки

Отлично («5»)

Выполнены все условия задания правильно:

Верно сформированы гипотезы (H_0, H_a) и указано направление альтернативы.

Правильно рассчитан критерий Стьюдента ($t_{\text{наб}}$)¹ и выбрана правильная формула для расчётов.

Корректно определён уровень значимости (α) и найден соответствующий квантиль распределения Стьюдента.

Сделано правильное заключение об отклонении или принятии нулевой гипотезы.

Четкое оформление записей и грамотная письменная речь.

Хорошо («4»)

Допущены незначительные вычислительные ошибки, которые не повлияли существенно на конечный вывод:

Гипотезы поставлены верно, однако возможны небольшие погрешности в оформлении записи или пояснении.

Правильный расчет критерия Стьюдента, возможно допущена ошибка округления или знак в формуле.

Допустимо использование неверного числа степеней свободы, приводящее к небольшому расхождению результата.

Логически правильный вывод сделан несмотря на мелкие ошибки в промежуточных вычислениях.

Удовлетворительно («3»)

Задание выполнено с существенными ошибками, но общий ход рассуждений верный:

Неправильно указаны направления альтернатив или допущены ошибки в формулировании гипотез.

Расчёт критерия Стьюдента выполнен неправильно, но используется правильная общая логика действий.

Некорректно выбран уровень значимости или неверно найдено распределение Стьюдента.

Понимание метода сохранено, но допускаются серьёзные вычислительные ошибки.

Неудовлетворительно («2»)

Задача выполнена некорректно либо отсутствует понимание самой сути процесса проверки гипотез:

Полностью неверно построены гипотезы или игнорируется необходимость постановки гипотез.

Совершенно неправильный расчёт критерия Стьюдента или неверно применённая формула.

Нет понимания концепции уровня значимости и границ критической области.

Отсутствие логики в выполнении задания или полное отсутствие попыток решить задачу.

Тема практической работы № 14. Применение критерия χ^2 для проверки гипотез о независимости признаков, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - Изучение и освоение методики проверки гипотез о независимости категориальных признаков с использованием критерия Пирсона χ^2 .

Задания:

Предлагаются задачи на проверку гипотезы о независимости категорий признака (пример: зависимость успеваемости студентов от формы обучения). Студенты работают индивидуально или парами, рассчитывают значение критерия χ^2 вручную или с помощью ПО.

Задание 1. Определить наличие зависимости между уровнем образования родителей и успехами детей в учёбе. Имеется следующая таблица сопряженности (количество опрошенных респондентов):

Образование родителей и успехи ребёнка

Уровень образования родителя	Успехи ребёнка	Всего
Низкий	Высокий	20
	Средний	30
	Низкий	50

Всего		100
Высокий	Высокий	40
	Средний	20
	Низкий	10
Всего		70
Итого		170

Используя критерий χ^2 , проверьте гипотезу о независимости уровня образования родителей и успехов ребенка в учебе на уровне значимости $\alpha=0.05$.

Задание 2. Установлено влияние семейного положения на отношение сотрудников к корпоративным мероприятиям. Имеются следующие данные опроса среди сотрудников фирмы:

Семейное положение и отношение к корпоративным мероприятиям

Семейное положение	Отношение к мероприятию	Всего
Женат / замужем	Положительное	45
	Отрицательное	15
Всего		60
Холост	Положительное	30
	Отрицательное	35
Всего		65
Итого		125

Применяя критерий χ^2 , установите, существует ли связь между семейным положением сотрудника и отношением к корпоративным мероприятиям на уровне значимости $\alpha=0.01$.

Задание 3. Требуется определить, влияет ли способ доставки товара на удовлетворённость клиентов интернет-магазина. Получены следующие данные опросов покупателей:

Способ доставки товаров и удовлетворенность клиентов

Способ доставки	Степень удовлетворенности	Всего
Курьерская доставка	Доволен	60
	Недоволен	20
Всего		80
Самовывоз	Доволен	30
	Недоволен	40
Всего		70
Итого		150

При помощи критерия χ^2 выясните, имеется ли зависимость способа доставки от степени удовлетворённости клиента сервисом магазина на уровне значимости $\alpha=0.05$.

Задание 4. Анализируются предпочтения потребителей при выборе банка в зависимости от возраста. Данные анкетирования представлены ниже:

Возрастная группа и предпочтение банков

Возрастная группа	Банковский выбор	Всего
Молодежь (до 30 лет)	Банк А	40
	Банк В	30
Всего		70
Взрослые (старше 30)	Банк А	20
	Банк В	60

Всего		80
Итого		150

Проверьте независимость возрастной группы и предпочитаемого банка при помощи критерия χ^2 на уровне значимости $\alpha=0.05$.

Задание 5. Рассматривается влияние типа питания на здоровье пациентов. Приводятся данные обследования пациентов:

Тип питания и состояние здоровья пациентов

Тип питания	Состояние здоровья	Всего
Рациональный	Хорошее	50
	Плохое	10
Всего		60
Нерегулярный	Хорошее	20
	Плохое	30
Всего		50
Итого		110

Используйте критерий χ^2 , чтобы выяснить, зависит ли состояние здоровья пациента от типа питания на уровне значимости $\alpha=0.05$.

Закрепление материала

Коллективное обсуждение хода решения предложенной задачи, выявление возможных ошибок и затруднений.

Критерии оценки

Отлично ("5")

Задания выполнены безошибочно и точно.

Все шаги по формированию гипотез, построению таблицы сопряженности, расчёту ожидаемых частот и критерия χ^2 произведены верно.

Выводы сделаны ясно и чётко, соответствуют результатам расчётов.

Работа представлена аккуратно, запись оформлена грамотно.

Хорошо ("4")

Основная часть задания выполнена верно, допущены несущественные ошибки или неточности в расчётах, не влияющие кардинально на вывод.

Возможны небольшие проблемы в составлении таблицы сопряженности или отдельных этапах расчёта ожидаемых частот.

Общий ход решения верен, хотя имеются некоторые недостатки в точности оформления.

Удовлетворительно ("3")

Значительная часть шагов сделана правильно, однако присутствуют значительные ошибки в расчёте ожидаемых частот или применении формул.

Возможно неправильное определение числа степеней свободы или выбор уровня значимости.

Несмотря на трудности, студент продемонстрировал общее понимание принципа проверки гипотез с помощью критерия χ^2 .

Неудовлетворительно ("2")

Ошибки в основной части задания, ведущие к неверному выводу.

Отсутствие ясного понимания методики проверки гипотез или путаница в трактовке полученных результатов.

Показана неспособность применить теорию на практике и оформить решение задачи согласно установленным требованиям.

Тема практической работы № 15. Оценка ошибок первого и второго рода при тестировании гипотез, объем часов 2.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование у обучающихся навыков оценки вероятности ошибок первого и второго рода при проведении тестов

статистических гипотез, умение анализировать последствия возникновения таких ошибок в прикладных исследованиях.

Задания:

Группа делится на подгруппы, каждая получает отдельное задание на оценку ошибок. Студентам предлагается проанализировать ситуацию, оценить вероятность ошибок и предложить пути уменьшения риска их появления.

Задача 1. Средняя скорость автомобилей на трассе традиционно считается равной $\mu_0=90$ км/ч. Разработчик системы дорожного мониторинга хочет удостовериться, что эта оценка справедлива. Если истинная средняя скорость окажется $\mu=95$ км/ч, а стандартное отклонение скорости равно $\sigma=10$ км/ч, какой будет вероятность ошибки второго рода, если установлен уровень значимости $\alpha=0.05$?

Задача 2. Производитель гарантирует, что частота отказов электронных компонентов не превышает $p_0 = 0.02$. Фактическая частота оказалась равной $p=0.03$. Объем выборки составляет $n=500$. Найти вероятность ошибки первого рода и вероятность ошибки второго рода при проверке гипотезы о частоте отказов на уровне значимости $\alpha=0.01$.

Задача 3. Среднее потребление электроэнергии бытовыми приборами должно составлять $\mu_0=200$ Вт. Реальное среднее потребление увеличилось до $\mu=220$ Вт. Определите вероятность ошибки второго рода, если предположить нормальное распределение потребления с известным стандартным отклонением $\sigma=20$ Вт и принять уровень значимости $\alpha=0.05$.

Задача 4. Предположим, предприятие выпускает стандартные изделия длиной $\mu_0=100$ мм. Если длина случайно изменяется и становится $\mu=102$ мм, какое значение мощности теста будет получено при размере выборки $n=100$, стандартном отклонении $\sigma=5$ мм и уровне значимости $\alpha=0.05$?

Задача 5. На производстве контролируют качество выпускаемой продукции. Было принято, что доля брака не должна превышать $p_0=0.01$. Новое исследование показало, что фактическая доля брака возросла до $p=0.02$. Найдите вероятность ошибки второго рода, если объем выборки равен $n=1000$, а уровень значимости $\alpha=0.05$.

Задача 6. Фабрика контролирует длину выпускаемых деталей, предполагая, что средняя длина $\mu_0=50$ см. Если в действительности средняя длина стала меньше и равна $\mu=48$ см, чему равна вероятность ошибки второго рода при объеме выборки $n=100$, стандартном отклонении $\sigma=3$ см и уровне значимости $\alpha=0.01$?

Задача 7. Расход воды на предприятии должен соответствовать норме $\mu_0 = 1000$ л/день. Предполагают, что реальное ежедневное потребление стало больше и составило $\mu = 1100$ л. Стандартное отклонение расхода $\sigma = 100$ л. Найдите вероятность ошибки второго рода, если принять уровень значимости $\alpha = 0.05$ и размер выборки $n = 50$.

Задача 8. Изучается уровень активности пользователей сайта. Ранее считалось, что среднее количество визитов в день составляет $\mu_0 = 1000$ визитов. Теперь предположили, что этот показатель вырос до $\mu = 1100$ визитов. Чему равна вероятность ошибки второго рода при уровне значимости $\alpha = 0.05$, стандартном отклонении $\sigma = 150$ и количестве измерений $n = 100$?

Задача 9. Врач-исследователь заявляет, что новая вакцина эффективна против заболевания, если доля защищенных лиц достигает $p_0 = 0.9$. Исследования показывают, что на самом деле защита обеспечивает лишь $p = 0.85$. При каком уровне значимости $\alpha = 0.01$ и числе обследуемых $n = 1000$ найдем вероятность ошибки второго рода?

Задача 10. Контролируется срок службы аккумуляторов, производимых заводом. Обычно срок службы аккумулятора составляет $\mu_0 = 500$ циклов заряда-разряда. Но теперь подозревают, что срок службы сократился до $\mu = 450$ циклов. Какова вероятность ошибки второго рода при стандартной ошибке $\sigma = 50$ циклов, размере выборки $n = 100$ и уровне значимости $\alpha = 0.05$?

Обсуждение результатов

Каждая подгруппа представляет свои результаты, остальные участники высказываются и вносят дополнения.

Критерии оценки

Отлично («5»)

Полностью правильные вычисления всех необходимых элементов (оценка ошибки первого рода, ошибки второго рода, мощности теста).

Грамотная постановка гипотез и четкая интерпретация результатов.

Аккуратное и структурированное оформление работы.

Использование правильной терминологии и адекватное обоснование выводов.

Хорошо («4»)

Основная часть задания выполнена верно, однако имеются отдельные ошибки или неточности в вычислениях.

Есть небольшая неопределенность в постановке гипотез или недостаточная детализация аргументации.

Могут присутствовать небольшие ошибки в оформлении отчета, которые не влияют на общую картину.

Удовлетворительно («3»)

Основное задание выполнено частично или с серьезными просчетами.

Гипотезы сформулированы недостаточно четко, присутствуют существенные ошибки в вычислениях.

Оформление небрежное, присутствует неполное описание некоторых шагов.

Нарушение последовательности в ходе решения задачи.

Неудовлетворительно («2»)

Большинство вычислений сделано неверно или отсутствуют вовсе.

Серьезные ошибки в понимании основ предмета, хаотичное ведение протокола работы.

Невозможность прийти к осмысленному выводу вследствие грубых ошибок.

Недостаточное владение материалом, существенное нарушение структуры отчета.

Тема практической работы № 16. Вычисление коэффициента корреляции Пирсона для анализа зависимостей между признаками, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - научить студентов самостоятельно вычислять коэффициент корреляции Пирсона и интерпретировать полученные значения для оценки линейной зависимости между двумя случайными величинами.

Задания:

Задача 1. Расчет коэффициента корреляции вручную

Используя заданные наборы исходных данных (таблицы наблюдений двух признаков X и Y), вычислите коэффициент корреляции Пирсона r_{xy} вручную с подробным описанием каждого шага расчёта.

Пример таблицы наблюдений двух признаков X и Y, используемый для демонстрации вычислений коэффициента корреляции Пирсона:

Номер наблюдения	Признак X	Признак Y
1	1	2
2	2	4
3	3	6
4	4	8
5	5	10

Эта таблица представляет собой простейший пример положительной линейной зависимости между признаками X и Y. Для углубленного понимания процесса рекомендуется создавать собственные примеры с различными видами связей (например, отрицательной, слабой, отсутствующей).

При выполнении задания студентам предлагается заполнять подобную таблицу своими собственными значениями либо воспользоваться готовым примером преподавателя для начала освоения методики.

Задача 2. Автоматизация расчётов в Excel

Создать электронную таблицу с вводом тех же данных, применить встроенные функции Excel для автоматического вычисления коэффициента корреляции (=CORREL()) и сравнить полученный результат с ручным расчетом.

Задача 3. Интерпретация результата

Анализ полученного значения коэффициента корреляции и формулировка выводов относительно характера связи между признаками.

Подведение итогов занятия

Проверка выполненных работ преподавателем, обсуждение типичных ошибок, обобщение ключевых моментов занятия.

Критерии оценки:

«5» (отлично):

Полностью и корректно выполнил расчёт коэффициента корреляции вручную.

Грамотно воспользовался электронными инструментами (Excel) для подтверждения правильности результата.

Чётко объяснил смысл и природу найденного коэффициента, качественно интерпретировал зависимость между признаками.

Отчёт составлен в полном объёме, грамотно оформлен, все шаги расписаны подробно и понятно.

«4» (хорошо):

Основные элементы задания выполнены верно, хотя возможны несущественные ошибки в промежуточных вычислениях.

Достаточные знания инструментария Excel продемонстрированы, однако возможно единичное нарушение последовательности действий.

Результат представлен, но интерпретация выполнена недостаточно глубоко или уверенно.

Допустимы мелкие нарушения в оформлении работы, незначительная путаница в структуре представления материала.

«3» (удовлетворительно):

Частичные проблемы в проведении расчётов, обнаруживаются серьёзные ошибки в вычислениях, приводящие к неправильному конечному результату. Уровень владения инструментом Excel низкий, заметна слабость в знании функций программы.

Присутствуют поверхностные объяснения результатов исследования, выводы даны формально, без глубокого осмысления.

Работа представлена частично, имеются пропуски в оформлении, неряшливое исполнение отчёта.

«2» (неудовлетворительно):

Значительные ошибки в ходе выполнения расчётов, грубые отклонения от правильного алгоритма.

Невозможность воспроизвести даже базовые функции Excel для решения поставленной задачи.

Отсутствие интерпретации результатов или абсолютно некорректные выводы.

Недостаточность представленного материала, крайне низкое качество оформления работы.

Тема практической работы № 17. Построение корреляционной матрицы для многомерных данных и её интерпретация, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение методик построения корреляционных матриц и развитие навыков их интерпретации в условиях анализа многомерных данных.

Задание: построить корреляционную матрицу для предложенного преподавателем массива многомерных данных. Студентам выдаётся файл с набором многомерных данных. Требуется заполнить корреляционную матрицу, проанализировать её и сделать выводы о наличии значимых взаимосвязей между параметрами.

Примеры массивов многомерных данных:

1. Данные представляют характеристики гипотетических автомобилей:

Индекс автомобиля	Вес (кг)	Мощность двигателя (л.с.)	Цена (тыс. руб.)	Максимальная скорость (км/ч)
1	1200	110	1000	180
2	1350	120	1100	190
3	1500	130	1200	200
4	1650	140	1300	210

5	1800	150	1400	220
6	1950	160	1500	230
7	2100	170	1600	240
8	2250	180	1700	250
9	2400	190	1800	260
10	2550	200	1900	270

Описание столбцов:

Индекс автомобиля — уникальный номер машины.

Вес (кг) — масса автомобиля.

Мощность двигателя (л.с.) — мощность мотора автомобиля.

Цена (тыс. руб.) — стоимость автомобиля.

Максимальная скорость (км/ч) — максимальная скорость автомобиля.

Как использовать этот массив?

Студенты должны:

1. Определить коэффициенты корреляции Пирсона между каждой парой признаков (вес—мощность, вес—цена, цена—скорость и т.п.).
2. Заполнить корреляционную матрицу.
3. Проанализировать и описать взаимосвязи между признаками, основываясь на величине коэффициентов корреляции.

Этот массив достаточно простой, чтобы продемонстрировать процедуру построения корреляционной матрицы, но также иллюстрирует реальную ситуацию, встречающуюся в прикладных исследованиях и инженерных дисциплинах.

2. Таблица размеров изделий и их стоимости

Изделие	Размер (см ²)	Стоимость (руб.)
А	100	500
В	120	600

C	150	750
D	180	900
E	200	1000
F	220	1100
G	250	1250
H	280	1400
I	300	1500
J	320	1600

Примечание: Размер изделия указан в квадратных сантиметрах, а стоимость — в рублях.

Цель задания заключается в следующем:

- рассчитать коэффициент корреляции Пирсона между размером изделия и стоимостью,
- определить наличие прямой или обратной зависимости,
- оценить силу и значимость выявленной связи.

Обобщение и контроль знаний

Проведение фронтальной беседы с обсуждением наиболее распространённых проблем и ошибок, возникающих при построении и чтении корреляционных матриц.

Итог занятия:

Преподаватель подводит итоги занятия, выделяет достижения студентов, даёт рекомендации по улучшению навыков самостоятельного анализа многомерных данных.

Критерии оценки:

«5» (отлично):

Матрица сформирована безошибочно, процедура рассчитана корректно.

Проведён глубокий и точный анализ корреляционных связей между всеми переменными.

Выводы обоснованы и аргументированы, полностью соответствуют результатам анализа.

Все элементы задания выполнены своевременно и наглядно оформлены.

«4» (хорошо):

Наблюдаются незначительные ошибки в расчётах или небольшой недостаток в оформлении матрицы.

Основная часть анализа проведена верно, сделан верный общий вывод о природе взаимосвязей.

Небольшие расхождения между выводами и результатом не влияют на общую картину.

«3» (удовлетворительно):

Неоднозначные или ошибочные расчёты привели к искажениям в результатах.

Анализ проведен слабо, выводы носят неопределённый характер или являются противоречивыми.

Вопросы и сомнения остаются открытыми в части силы и направления корреляции.

«2» (неудовлетворительно):

Неправильно построена корреляционная матрица, выявлены грубые ошибки в процедуре расчёта.

Отсутствие анализа или совершенно неверные выводы.

Самостоятельно не способен исправить ошибки и разобраться в материале.

Тема практической работы № 18. Вычисление ковариации и её применение для оценки совместной изменчивости признаков, объем часов 2.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование у обучающихся навыков вычисления ковариации и интерпретации её значения для оценки совместного поведения двух случайных величин.

Задания:

Задача 1. Используя приведённую таблицу данных о размерах деталей и массе готовой продукции, посчитайте ковариацию признаков "размер детали" и "масса готового продукта":

№	Размер детали (мм)	Масса продукта (грамм)
1	10	50
2	12	60
3	15	75
4	18	90
5	20	100

Задача 2. Используя данные из предыдущей задачи, постройте график рассеяния и сделайте вывод о характере зависимости между размерами деталей и массой продуктов.

Дополнительное задание: Постройте корреляционную матрицу для трёх переменных (добавьте третью характеристику, например, цену изделия), проведите сравнительный анализ и обсудите, почему ковариация является важным показателем.

Подведение итогов занятия, проверка выполненной работы, выявление трудностей и вопросов. Совместное обсуждение ошибок и наилучших подходов к выполнению расчётов.

Критерии оценки:

Верность расчётов ковариации (30%):

Безошибочное вычисление среднего значения, дисперсий и самой ковариации (оценка «5») — 30 баллов.

Незначительные арифметические ошибки, исправимые самостоятельно (оценка «4») — 25 баллов.

Грубые ошибки в выборе формул или арифметических операциях (оценка «3») — 20 баллов.

Наличие серьезных ошибок, препятствующих пониманию материала (оценка «2») — 15 баллов.

Правильное применение формулы (20%):

Точное следование формуле для вычисления ковариации (оценка «5») — 20 баллов.

Некорректное использование некоторых элементов формулы (оценка «4») — 15 баллов.

Частичный отказ от правильной процедуры (оценка «3») — 10 баллов.

Использование неправильного подхода к вычислению (оценка «2») — 5 баллов.

Аналитические способности (20%):

Глубокий анализ и правильное истолкование результатов расчёта (оценка «5») — 20 баллов.

Поверхностный анализ, заключение сделано лишь частично (оценка «4») — 15 баллов.

Ограниченные выводы, низкая степень детализации (оценка «3») — 10 баллов.

Практически отсутствуют заключения и рассуждения (оценка «2») — 5 баллов.

Применение технологии Excel (20%):

Грамотное использование специализированных функций Excel для ускорения расчётов (оценка «5») — 20 баллов.

Некоторые ограничения в использовании функций Excel (оценка «4») — 15 баллов.

Применение простых операций Excel без использования специальных инструментов (оценка «3») — 10 баллов.

Отсутствие навыков работы с Excel (оценка «2») — 5 баллов.

Аккуратность оформления и наглядность презентации (10%):

Правильное оформление документов, понятная презентация результатов (оценка «5») — 10 баллов.

Небрежное оформление, сложность в восприятии (оценка «4») — 7 баллов.

Недостатки в стиле подачи информации (оценка «3») — 5 баллов.

Очень плохое оформление, трудно воспринимаемые результаты (оценка «2») — 3 балла.

Итоговая оценка:

Общая сумма баллов суммируется, и в зависимости от суммарного количества баллов ставится соответствующая оценка:

5 (отлично) — 85–100 баллов.

4 (хорошо) — 70–84 балла.

3 (удовлетворительно) — 50–69 баллов.

2 (неудовлетворительно) — менее 50 баллов.

Тема практической работы № 19. Построение линейной регрессионной модели на основе экспериментальных данных, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование у студентов навыков построения линейной регрессии на основе эмпирических данных и интерпретации результатов моделирования.

Задание:

Группа делится на подгруппы.

Задача: Построить линейную регрессию на основе предложенных экспериментальных данных, отражающих зависимость цены товара от его веса.

Предоставляются экспериментальные данные вида:

№	Вес (кг)	Цена (руб.)
1	10	500
2	12	600
3	15	750
4	18	900
5	20	1000

Задание состоит из следующих частей:

1. Импорт данных в программу Excel.
2. Вычисление коэффициентов регрессии методом наименьших квадратов.
3. Построение графика регрессии.
4. Интерпретация полученных результатов.

Каждая подгруппа должна подготовить презентацию своих результатов и выступить перед группой.

Подведение итогов занятия

Рефлексия участников: выделение положительных сторон и недостатков проделанной работы.

Критерии оценки

Оценка	Критерий оценки
5	1. Регрессионная модель построена без ошибок. 2. График регрессии построен правильно и отображает действительную зависимость. 3. Интерпретация результатов сделана детально и профессионально. 4. Презентация и защита проекта выполнены уверенно и аргументировано.
4	1. Модель построена с небольшими арифметическими ошибками. 2. График адекватно отражает тенденцию, но присутствуют некоторые погрешности. 3. Интерпретация результатов общая, не хватает глубины. 4. Защита проекта уверенная, но вопросы вызывают лёгкую заминку.
3	1. В построении модели наблюдаются систематические ошибки. 2. График построен с существенными нарушениями. 3. Интерпретация результатов фрагментарная, присутствует недоумение. 4. При защите возникают большие трудности в аргументации.
2	1. Модель построена неверно, невозможно проследить логику вычислений. 2. График вообще отсутствует или сильно отличается от реальности. 3. Интерпретация отсутствует или бессмысленная. 4. Совершенно неудовлетворительная защита проекта.

Тема практической работы № 20. Интерпретация коэффициентов линейной регрессии и оценка её качества, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - развитие навыков интерпретации коэффициентов линейной регрессии и качественной оценки построенной модели.

Задания:

Задача: Оценить линейную регрессионную модель, отражающую зависимость затрат предприятия от объёма производства. Используется следующая таблица данных:

Объём производства (шт.)	Затраты (руб.)
100	5000
150	6500
200	8000
250	9500
300	11000

Обучающийся должен:

1. Построить линейную регрессионную модель.
2. Интерпретировать коэффициенты уравнения регрессии.

3. Оценить качество модели, используя показатель R-квадрат и стандартную ошибку оценки.

Подведение итогов.

Обсуждение результатов выполнения заданий.

Ответы на вопросы обучающихся.

Критерии оценки

5 (отлично):

Правильный расчет коэффициентов линейной регрессии.

Адекватная и глубокая интерпретация коэффициентов регрессии, включая их экономический смысл.

Верная оценка качества модели с использованием показателей R-квадрат и стандартной ошибки оценки.

Выполнение дополнительных заданий на высоком уровне, инициативность и творческий подход.

4 (хорошо):

В основном правильные расчеты коэффициентов, но допускаются незначительные ошибки.

Интерпретация имеет небольшие неточности или недостаточную полноту.

Оценка качества модели верна, но требует небольшого дополнения.

Самоорганизация и активность проявлены на среднем уровне.

3 (удовлетворительно):

Значительные ошибки в расчетах коэффициентов регрессии.

Некачественная интерпретация, отсутствует понимание экономического смысла коэффициентов.

Оценка качества модели дана поверхностно или ошибочно.

Трудности в работе с источниками и ограниченными возможностями самореализации.

2 (неудовлетворительно):

Преимущественно неверные расчеты коэффициентов регрессии.

Полностью неверная или отсутствующая интерпретация.

Отсутствует понимание важности оценки качества модели.

Недостаточная вовлечённость в рабочий процесс и низкие результаты выполнения задания.

Тема практической работы № 21. Применение нелинейной регрессии для аппроксимации данных, объем часов 2.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - ознакомление студентов с методами нелинейной регрессии и формирование навыков применения этих методов для аппроксимации реальных данных.

Задания:

Индивидуальная работа студентов:

Задача 1: Построить нелинейную регрессионную модель на основе экспериментальных данных. Например, предложить зависимость роста растения от дозы удобрения, выраженную в нелинейной форме (логарифмическая, степенная или экспоненциальная зависимость).

Задача 2: Провести анализ выбранных параметров и оценить качество подобранной модели, сравнив разные типы нелинейных функций.

Каждый студент получает индивидуальный набор данных и разрабатывает свою модель, после чего защищает её в мини-группе, затем – обсуждение перед группой.

Наборы данных: Каждый набор данных предполагает построение нелинейной регрессионной модели и последующий анализ выбранной модели.

Набор данных № 1

Эксперимент	Переменная X (доза удобрения, кг)	Переменная Y (рост растений, см)
1	1	10

2	2	15
3	3	20
4	4	25
5	5	30
6	6	35
7	7	40
8	8	45
9	9	50
10	10	55

Набор данных № 2

Эксперимент	Переменная X (температура, °C)	Переменная Y (количество бактерий, тыс./мл)
1	10	5
2	15	10
3	20	20
4	25	40
5	30	80
6	35	160
7	40	320
8	45	640
9	50	1280

10	55	2560
----	----	------

Набор данных № 3

Эксперимент	Переменная X (время, часы)	Переменная Y (уровень глюкозы, ммоль/л)
1	0	5
2	1	4.5
3	2	4
4	3	3.5
5	4	3
6	5	2.5
7	6	2
8	7	1.5
9	8	1
10	9	0.5

Набор данных № 4

Эксперимент	Переменная X (давление газа, атм)	Переменная Y (объём газа, л)
1	1	10
2	2	5
3	3	3.3
4	4	2.5
5	5	2

6	6	1.67
7	7	1.43
8	8	1.25
9	9	1.11
10	10	1

Набор данных № 5

Эксперимент	Переменная X (расстояние, км)	Переменная Y (энергозатраты, Вт·ч)
1	10	100
2	20	150
3	30	200
4	40	250
5	50	300
6	60	350
7	70	400
8	80	450
9	90	500
10	100	550

Набор данных № 6

Эксперимент	Переменная X (концентрация препарата, мг/мл)	Переменная Y (эффективность лечения, %)
-------------	--	--

1	0	0
2	1	10
3	2	20
4	3	30
5	4	40
6	5	50
7	6	60
8	7	70
9	8	80
10	9	90

Набор данных № 7

Эксперимент	Переменная X (возраст дерева, годы)	Переменная Y (высота дерева, м)
1	1	1
2	2	1.5
3	3	2
4	4	2.5
5	5	3
6	6	3.5
7	7	4
8	8	4.5
9	9	5

10	10	5.5
----	----	-----

Набор данных № 8

Эксперимент	Переменная X (температура воды, °C)	Переменная Y (растворимость соли, г/л)
1	0	10
2	10	20
3	20	30
4	30	40
5	40	50
6	50	60
7	60	70
8	70	80
9	80	90
10	90	100

Набор данных № 9

Эксперимент	Переменная X (время зарядки аккумулятора, ч)	Переменная Y (заряд батареи, %)
1	0	0
2	1	10
3	2	20
4	3	30
5	4	40

6	5	50
7	6	60
8	7	70
9	8	80
10	9	90

Набор данных № 10

Эксперимент	Переменная X (стоимость акции, руб.)	Переменная Y (доход инвестора, руб.)
1	100	1000
2	200	2000
3	300	3000
4	400	4000
5	500	5000
6	600	6000
7	700	7000
8	800	8000
9	900	9000
10	1000	10000

Обсуждение итогов занятия, обмен мнениями и впечатлениями. Формулирование общих выводов и предложений.

Критерии оценки

5 (отлично):

Модель выбрана и построена корректно.

Параметры модели определены точно и согласованно.
Высокая точность аппроксимации (низкая остаточная ошибка).
Глубокая и правильная интерпретация результатов.
Хорошее знание теоретического материала и уверенная защита проекта.

4 (хорошо):

В целом задача выполнена правильно, но есть незначительные ошибки в подборе параметров.

Умеренно высокая точность аппроксимации.

Достаточно качественная интерпретация результатов, хотя возможна некоторая неясность или упущения.

Средняя глубина знаний по теме.

3 (удовлетворительно):

Имеются значительные ошибки в определении параметров модели.

Плохая точность аппроксимации (высокая остаточная ошибка).

Нехватка уверенности в интерпретации результатов.

Ограниченные знания по теме, встречаются затруднения при защите проекта.

2 (неудовлетворительно):

Большая часть задачи выполнена неверно.

Аппроксимация настолько плохая, что не позволяет увидеть какой-либо полезный результат.

Сложности в интерпретации или её полное отсутствие.

Серьёзные пробелы в знаниях и глубокое непонимание темы.

Тема практической работы № 22. Проведение однофакторного дисперсионного анализа (ANOVA) для проверки различий между группами, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование практических навыков студентов в проведении однофакторного дисперсионного анализа (ANOVA) для выявления статистически значимых различий между несколькими выборочными средними значениями случайных величин.

Задания:

Практические задания выполняются индивидуально или в парах:

1. **Расчёт вручную:** Студенты получают задание рассчитать показатели ANOVA на предложенных преподавателем численных примерах. Необходимо самостоятельно вычислить суммы квадратов внутригрупповых и межгрупповых отклонений, оценить статистику F-критерия и сделать вывод о наличии различия между группами. Пример условия задания:

Для трех экспериментальных групп получены значения переменной X: A = {10, 12, 11}, B = {15, 16, 14}, C = {18, 19, 20}. Рассчитайте показатели однофакторного ANOVA и сделайте выводы о различиях средних значений между группами.

2. **Использование программного обеспечения:** Студентам предлагается решить аналогичную задачу с использованием программы Microsoft Excel или онлайн-сервисов. Преподаватель демонстрирует порядок действий и контролирует правильность расчетов.
3. **Самостоятельная постановка задачи:** Предложите студентам самим придумать пример практической ситуации, подходящей для проведения однофакторного ANOVA, собрать необходимые данные и провести расчет.

Обобщение материала, обсуждение типичных ошибок и трудностей, возникших при выполнении заданий. Ответы на вопросы студентов. Подведение итогов занятия.

Критерии оценки

Оценка	Условия выставления
«5»	Правильное выполнение всех этапов расчета, включая вычисление сумм квадратов внутригрупповых и межгрупповых отклонений, определение статистики F-критерия и правильное принятие решения относительно гипотез. Четкое изложение вывода. Полностью правильно выполненные дополнительные задания. Активное участие в работе на занятии, умение грамотно сформулировать проблемы и задать уточняющие вопросы.

«4»	Верно выполнены основные расчеты, допущены незначительные арифметические ошибки либо небольшие погрешности в оформлении вывода. Допущенные ошибки легко исправляются студентом при контроле преподавателя. Средняя активность на занятии, способность предложить решение отдельных проблем, возникающих в ходе выполнения задания.
«3»	Выполнено большинство ключевых шагов расчёта, однако имеются значительные ошибки в промежуточных вычислениях или интерпретации результатов, которые приводят к неправильному выводу. Минимальное активное участие на занятии, наличие затруднений при попытке разобраться в сути задачи. Необходимость частых подсказок и помощи преподавателя.
«2»	Ошибочное понимание методов проведения однофакторного дисперсионного анализа, неверное применение формул и критериев, неспособность прийти к правильному решению даже при значительной поддержке преподавателя. Отсутствие интереса к выполнению задания, пассивное поведение на занятии, отсутствие инициативы в поиске путей преодоления трудностей.

Тема практической работы № 23. Применение дисперсионного анализа для оценки влияния различных факторов на результаты экспериментов, объем часов 1.

У1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3 Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7 Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8 Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение методики дисперсионного анализа и развитие практических навыков выявления значимости различий между группами наблюдений при проведении экспериментальных исследований.

Задания: Решение трех задач разной сложности:

Задача 1. Провести проверку гипотезы о влиянии температурного режима на рост культуры бактерий. Даны три группы образцов, выращенных при температурах $T_1 = 20^\circ C, T_2 = 25^\circ C, T_3 = 30^\circ C$. Результаты роста представлены в табличной форме. Вычислить значение F -критерия и сделать вывод о наличии различия в росте культур в зависимости от температуры выращивания.

Таблица 1. Рост бактериальной культуры при различных температурах

Группа	Температура ($^\circ C$)	Рост (мм)
Образец 1	20	10, 12, 11
Образец 2	25	15, 16, 14
Образец 3	30	18, 19, 20

Каждый столбец отражает разные температурные режимы, а строки содержат измеренные величины роста бактерий. Эти данные используются для расчёта показателей, необходимых для проведения дисперсионного анализа, включая средние значения, сумму квадратов отклонений и среднеквадратичные отклонения.

Задача 2. Используя условные данные о производительности труда сотрудников, работающих в трех отделах организации («IT-разработка», «Аналитический центр», «Администрирование»), провести оценку значимости разницы между средними показателями продуктивности работников каждого отдела.

Задача 3. Определить степень влияния выбора конкретного алгоритма машинного обучения на точность модели. Рассмотреть четыре алгоритма: линейная регрессия, логистическая регрессия, метод k ближайших соседей, случайный лес. Данные точности моделей представить в виде таблицы и оценить наличие значимых различий между этими методами.

Подведение итогов занятия

Анализ выполненной самостоятельной работы, выявление типичных ошибок и разъяснение правильных подходов к решению задач. Оценка уровня усвоения материала студентами.

Критерии оценки

Оценка	Требования
«5»	Студент правильно выполнил поставленную задачу,

	<p>продемонстрировал глубокое понимание принципов дисперсионного анализа, грамотно сформулировал выводы и провел точные расчеты. Работа выполнена аккуратно, отсутствуют ошибки и опечатки.</p>
«4»	<p>Задача выполнена верно, студент показал уверенные знания методов и способов решения, однако имеются незначительные погрешности в оформлении расчетов или небольшие арифметические ошибки, не повлиявшие существенно на общий результат. Выводы сделаны верные, но недостаточно подробно обоснованы.</p>
«3»	<p>Основные этапы решения выполнены, хотя допускаются отдельные серьезные ошибки в расчете критериев или неправильная трактовка промежуточных шагов. Итоговая оценка качества эксперимента проведена удовлетворительно, но выводы неполные либо недостаточно аргументированные.</p>
«2»	<p>Задание выполнено неправильно, допущены грубые ошибки в определении исходных данных, некорректно применены формулы, нарушены принципы проверки гипотез. Ответ отсутствует или совершенно неверен. Отсутствие самостоятельного осмысления проделанной работы.</p>

Критерии применяются последовательно: каждая следующая категория включает выполнение требований предыдущей категории плюс новые требования своей категории. Если ученик соответствует требованиям сразу нескольких категорий, выставляется высший балл из указанных.

II. Общие рекомендации

По всем вопросам, связанным с изучением дисциплины (включая самостоятельную работу), консультироваться с преподавателем.